

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

УДК 004.92

Є. К. Завальнюк, О. Н. Романюк, О. П. Прозор, А. В. Снігур

ЕНЕРГЕТИЧНО-КОРЕКТНА МОДЕЛЬ ОСВІТЛЕННЯ,  
ОСНОВАНА НА РОЗРАХУНКУ КУТА МІЖ ВЕКТОРАМИ

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**Анотація.** Комп'ютерна графіка дозволяє суттєво збільшити пропускну спроможність інформаційного каналу, через який здійснюється двосторонній зв'язок користувача і комп'ютера, у зв'язку з чим роль і значення графічного подання результатів обчислень у промисловості та науково-дослідній практиці безупинно зростає. При формуванні тривимірних графічних зображень велику увагу приділяють реалістичності, яка дає можливість адекватно відобразити об'єкти і процеси. При формуванні таких зображень важливо реалістично відтворити кольори, градація яких створює ефект об'ємності. При відтворенні спекулярної складової кольору використовується двопротенева функція відбивної здатності поверхні, яка показує, яка доля світла відбивається від поверхні до спостерігача. Найпоширенішими є моделі Блінна та Фонга. На жаль, ці моделі не відповідають закону збереження енергії, що, безумовно, впливає на реалістичність формування графічних сцен. У роботі приведено детальний аналіз найпоширеніших моделей освітлення. Як базу для модифікації обрано дистрибутивну функцію, яка оперує кутом між середнім вектором і вектором нормалі. У статті описано знаходження формул нормуючого коефіцієнта для моделі відбивної здатності на основі розрахунку кута між векторами, що апроксимує модель Блінна-Фонга. Проаналізовано особливості апроксимованої моделі. Розраховано вихідні дані для знаходження формул нормуючого коефіцієнта на виділених проміжках. На основі бібліотеки Python gplearn розроблено програму для підбору формул нормуючого коефіцієнта. Налаштовано параметри генетичного алгоритму для підбору формул. Обчислено точність апроксимації тренувального набору. Наведено таблицю абсолютних відхилень напівсферичної інтегральної відбивної здатності. Отримана модель відбивної здатності поверхні може бути використана у системах високореалістичної комп'ютерної графіки для формування тривимірних сцен.

**Ключові слова:** ДФВЗ Шліка, ДФВЗ Фонга, ДФВЗ Блінна-Фонга, затухання відблиску, епіцентр відблиску.

**Abstract.** Computer graphics allows to significantly increase the bandwidth of the information channel, through which two-way communication between the user and the computer is created, and therefore the value of graphical presentation of calculation results in industry and research practice is increasing. While creating the three-dimensional graphic images, a great attention is paid to realism, which makes it possible to adequately display objects and processes. During the formation of such images it is important to realistically reproduce colors, the gradation of which creates the effect of volume. During the reproduction the specular component of color the bidirectional reflectance distribution function is used, which shows how much light is reflected from the surface to the observer. The most common are the Blinn and Fong models. Unfortunately, these models do not comply with the law of conservation of energy, which certainly affects the realism of the formation of graphic scenes. The work provides a detailed analysis of the most widespread reflectance models. As a base for the modification, the distribution function is chosen, which uses an angle between the median vector and the normal vector. The article describes the search of the normalized coefficient formula for the reflectance model based on the calculation of the angle between the vectors that approximates the Blinn-Fong model. The features of the approximated model are analyzed. The initial data for finding the normalizing coefficient formula on the selected intervals were calculated. Using the Python gplearn library, a program for selecting the normalizing coefficient formula has been developed. The parameters of the genetic algorithm for selecting formulas have been adjusted. The approximation accuracy of the training set is calculated. A table of absolute errors of the hemispherical integral reflectivity is given. The resulting surface reflectance model can be used in highly realistic computer graphics systems to create three-dimensional scenes.

**Key words:** Schlick BRDF, Phong BRDF, Blinn-Phong BRDF, glow attenuation, glow epicenter.

**DOI:** <https://doi.org/10.31649/1999-9941-2023-56-1-75-82>.

## Вступ

Для підвищення пропускну здатності інформаційного каналу між людиною та комп'ютером застосовуються засоби комп'ютерної графіки [1]. Візуалізація даних забезпечує більш глибоке розуміння користувачем наданої інформації.

Основними вимогами до візуалізації об'єктів є висока реалістичність сформованого зображення та прийнятна швидкість. Для забезпечення високої реалістичності відтворення об'єктів моделі відбивної здатності поверхні повинні відповідати закону збереження енергії. Кількість розсіяної над поверхню світлової енергії не може перевищувати кількість енергії, яка потрапила на поверхню [2].

Тому актуальною є розробка нових фізично коректних моделей відбиття світла.

## Аналіз літературних джерел

Методи моделювання освітлення оперують з трьома складовими світла [3]: розсіяною, дифузною, спекулярною. Розсіяна складова подає відбите від зовнішнього середовища світло. Дифузна складова відповідає за видимість об'єктів [4]. Спекулярна складова відповідає за відображення відблисків на поверхні об'єктів.

Розрахунок спекулярної складової включає обчислення двопротеневої функції відбивної здатності (ДФВЗ).

ДФВЗ визначають, яка частка випромінювання, що надійшло з напрямку  $\vec{L}$ , буде відбито у напрямку  $\vec{V}$  (рисунок 1) [4].

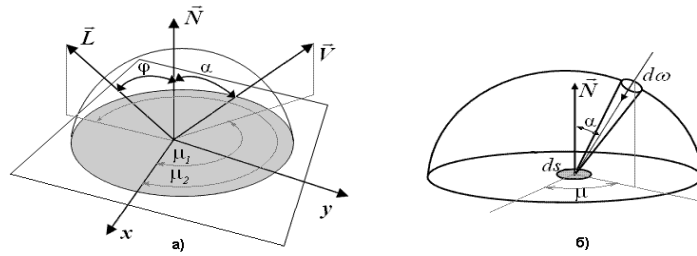


Рисунок 1 – Вихідні дані для розрахунку ДФВЗ

ДФВЗ обчислюється за формулою [5]

$$BRDF = \frac{dI(\vec{V}_i)}{I(L_i) \cos \alpha_i d\omega_i},$$

де  $d\omega$  – диференціальний тілесний кут, у межах якого падає променевий потік,  $I(\vec{V}_i)$  – інтенсивність випромінювання у відбитому напрямку,  $I(L_i)$  – інтенсивність випромінювання у напрямку падіння.

Серед типів ДФВЗ [4] можна виділити фізично-точні, емпіричні на основі скалярного добутку векторів, емпіричні на основі розрахунку кута між векторами.

Емпіричні ДФВЗ є найбільш простими, на відміну від фізично-точних. Вони не враховують шорсткість і фасетне подання поверхні.

Емпіричні ДФВЗ, як правило, включають визначення косинуса кута між векторами. Перевагою їх є простота обчислення косинуса кута. До найпопулярніших ДФВЗ на основі скалярного добутку належать моделі Фонга та Блінна [4], що обчислюються за формулою

$$\cos(x)^n,$$

де  $n$  коефіцієнт спекулярності поверхні,  $x$  – кут між вектором відбиття світла  $\vec{V}$  і вектором дзеркального відбиття  $\vec{R}$  для моделі Фонга, кут між нормаллю та вектором  $\vec{H} = (\vec{L} + \vec{V}) / |\vec{L} + \vec{V}|$  для моделі Блінна.

Недоліком [4]. моделей Блінна та Фонга є значна обчислювальна складність при великих значеннях  $n$ .

Емпіричні функції на основі розрахунку кута між векторами вимагають додаткових затрат на обчислення кута, однак дозволяють апроксимувати ДФВЗ Блінна-Фонга функцією низького степеня.

ДФВЗ на основі визначення кута між векторами для апроксимації моделі Блінна-Фонга обчислюються за формулою [6]

$$\cos(a \cdot x)^k,$$

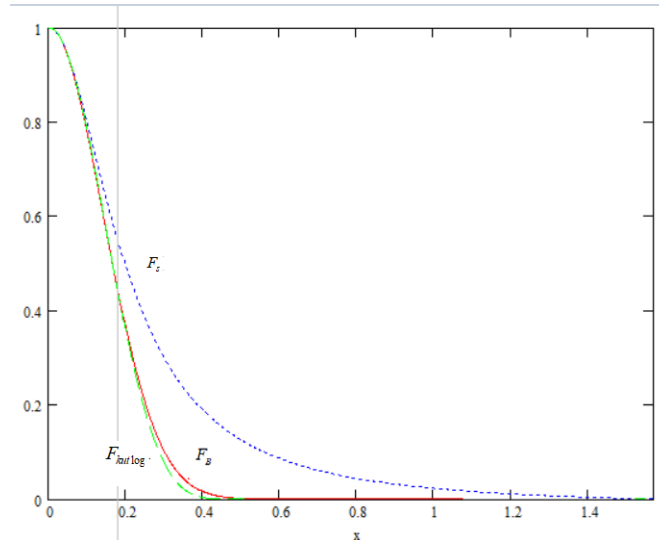
де  $k$  – степінь функції (зазвичай беруться найменші значення),  $a$  – коефіцієнт.

Одна з форм ДФВЗ на основі визначення кута між векторами (позначимо  $F_{kut \log}$ ) обчислюється за формулою [6]

$$\cos^k \left( \frac{a \cos(e^{\frac{\ln Q}{k}})}{a \cos(\text{signum}(Q)^n \cdot |Q|^{\frac{1}{n}}) \cdot x} \right),$$

де  $Q$  – значення ДФВЗ Блінна-Фонга, відносно якого визначається коефіцієнт аргумента  $F_{kut \log}$ .

На рисунку 2 зображено графіки  $F_{kut \log}$ , ДФВЗ Блінна-Фонга ( $F_B$ ), ДФВЗ Шліка ( $F_s$ ) при  $Q = 0.5, n = 50, k = 5$ .

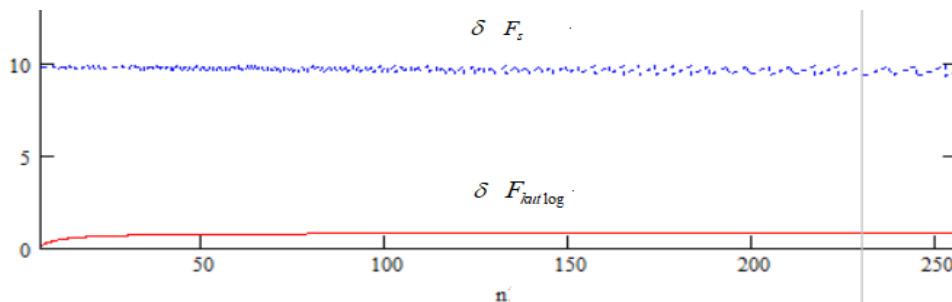
Рисунок 2 – Графіки  $F_{kutlog}$ ,  $F_B$ ,  $F_s$  при  $Q = 0.5, n = 50, k = 5$ 

У таблиці 1 надано значення максимальних відносних похибок  $\delta F_{kutlog}$  від  $F_B$  залежно від  $Q, k$  на проміжках  $n \in [k+1; 1000]$  у зоні епіцентру [1] відблиску.

Таблиця 1 –  $\delta$  (у %) залежно від  $Q, k$ .

$Q/k$	1	2	3	4	5
0.1	27	15	10	7	6
0.2	19	10	6	5	4
0.3	13	6	4	3	2
0.4	8	4	2	2	1.5
0.5	4	2	1.5	1	0.8
0.6	3	1	0.7	0.5	0.4
0.7	5	1.5	0.8	0.6	0.5
0.8	7	2.5	1.5	1	0.9
0.9	9.5	3.5	2.5	1.7	1.3

На рисунку 3 зображено  $\delta F_{kutlog}$  і  $F_s$  від  $F_B$  при  $k = 5, Q = 0.5$  на проміжку  $n \in [6, 1000]$ .

Рисунок 3 –  $\delta F_{kutlog}$  і  $F_s$  від  $F_B$  при  $k = 5, Q = 0.5$  у зоні епіцентру

Недоліком  $F_{kutlog}$  є невідповідність закону збереження енергії, тому для функції необхідний розрахунок нормуючого коефіцієнта.

#### Мета статті

Мета статті – розробка енергетично-коректної моделі освітлення, основаної на розрахунку кута між векторами.

**Розробка енергетично-коректної моделі освітлення, основаної на розрахунку кута між векторами**

Для дотримання закону збереження енергії величина напівсферичної інтегральної відбивної здатності поверхні не повинна перевищувати 1, що виражається умовою [7]

$$\int_{\Omega} f_r(\omega, \omega_r) * \cos(\theta) d\omega \leq 1,$$

де  $d\omega = \sin(\theta)d\theta d\varphi$ ,  $f_r(\omega, \omega_r)$  – ДФВЗ.

Для моделей, що не відповідають закону збереження енергії, необхідне введення нормуючого коефіцієнта.

Знайдемо формулу нормуючого коефіцієнта  $coef$  для  $F_{kut \log}$ . Враховуючи умову максимізації енергії віддзеркаленого світла [8], отримуємо рівняння

$$coef(n, k, Q) \int_{\Omega} f_r(\omega, \omega_r) * \cos(\theta) d\omega = 1,$$

де  $coef(n, k, Q)$  – шуканий нормуючий коефіцієнт.

У наведене рівняння підставляємо формулу  $F_{kut \log}$ . Перейдемо до сферичної системи координат. Тоді рівняння має вигляд

$$coef(n, k, Q) \int_0^{2\pi} \int_0^{gran(n, k, Q)} \cos^k \left( \frac{a \cos(e^{\frac{\ln Q}{k}})}{a \cos(\text{signum}(Q)^n \cdot |Q|^{\frac{1}{n}})} \cdot \theta \right) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi = 1,$$

де  $gran(n, k, Q)$  – значення аргументу, при якому  $F_{kut \log}$  досягає нуля. Для  $Q > 0$

$$gran(n, k, Q) = \frac{\pi \cdot a \cos(Q^{\frac{1}{n}})}{2 \cdot a \cos(Q^{\frac{1}{k}})}$$

Інтегруємо ліву частину рівняння по  $d\varphi$ . Отримуємо

$$coef(n, k, Q) \cdot 2\pi \cdot \int_0^{gran(n, k, Q)} \cos^k \left( \frac{a \cos(e^{\frac{\ln Q}{k}})}{a \cos(\text{signum}(Q)^n \cdot |Q|^{\frac{1}{n}})} \cdot \theta \right) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta = 1$$

Інтегральний вираз позначимо як  $Int(n, k, Q)$

$$Int(n, k, Q) = \int_0^{gran(n, k, Q)} \cos^k \left( \frac{a \cos(e^{\frac{\ln Q}{k}})}{a \cos(\text{signum}(Q)^n \cdot |Q|^{\frac{1}{n}})} \cdot \theta \right) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta$$

Згідно з рівнянням розрахуємо значення  $coef(n, k, Q)$  за формулою

$$coef(n, k, Q) = \frac{1}{2\pi * Int(n, k, Q)}$$

Для  $n \in [1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000]$ ,  $k \in [1; 5]$ ,  $Q \in [0.1; 0.9]$  обчислено значення  $coef(n, k, Q)$ .

На основі отриманих сукупностей значень  $n$ ,  $k$ ,  $Q$ ,  $coef(n, k, Q)$  сформовано два файли для знаходження формул  $coef(n, k, Q)$  при  $Q \in [0.1; 0.4]$  і  $Q \in [0.5; 0.9]$  (рисунок 4).

$Q, k, n, y$	$Q, k, n, y$
0.5, 1, 1, 0.477	0.1, 1, 1, 0.477
0.5, 1, 2, 0.699	0.1, 1, 2, 0.569
0.5, 1, 3, 0.88	0.1, 1, 5, 0.928
0.5, 1, 4, 1.095	0.1, 1, 10, 1.57
0.5, 1, 5, 1.313	0.1, 1, 20, 2.873
0.5, 1, 7, 1.75	0.1, 1, 50, 6.797
0.5, 1, 10, 2.41	0.1, 1, 100, 13.344
0.5, 1, 20, 4.612	0.1, 1, 200, 26.438
0.5, 1, 50, 11.227	0.1, 1, 500, 65.722
0.5, 1, 100, 22.255	0.1, 1, 1000, 131.196
0.5, 1, 200, 44.312	
0.5, 1, 500, 110.482	
0.5, 1, 1000, 220.765	

Рисунок 4 – Сформовані файли зі значеннями  $n$ ,  $k$ ,  $Q$ ,  $coef(n, k, Q)$

Для знаходження формул  $coef(n, k, Q)$  використано модуль SymbolicRegressor бібліотеки Python `gplearn`. Модуль поєднує засоби символічної регресії та генетичних алгоритмів.

Створюємо набір можливих операцій шуканої формули `function_set` (рисунок 5), що включає додавання (`add`), віднімання (`sub`), множення (`mul`) та ділення (`div`).

```
function_set = ['add', 'sub', 'mul', 'div']
```

Рисунок 5 – Формування набору можливих операцій  $coef(n, k, Q)$

Здійснюємо налаштування процедури підбору формул  $coef(n, k, Q)$  (рисунок 6). Встановлюємо чисельність популяції 300 для підбору першої формули  $coef(n, k, Q)$ , 400 – для підбору другої формули. Кількість поколінь встановлюємо 1000.

```
est_gp = SymbolicRegressor(population_size=300,function_set=function_set,
                           generations=1000, stopping_criteria=0.01,
                           p_crossover=0.7, p_subtree_mutation=0.1,
                           p_hoist_mutation=0.05, p_point_mutation=0.1,
                           max_samples=0.9, verbose=1,
                           parsimony_coefficient=0.01, random_state=0,feature_names=X_train.columns)

est_gp = SymbolicRegressor(population_size=400,function_set=function_set,
                           generations=1000, stopping_criteria=0.01,
                           p_crossover=0.7, p_subtree_mutation=0.1,
                           p_hoist_mutation=0.05, p_point_mutation=0.1,
                           max_samples=0.9, verbose=1,
                           parsimony_coefficient=0.01, random_state=0,feature_names=X_train.columns)
est_gp.fit(X_train, y_train)
```

Рисунок 6 – Налаштування процедури підбору формул нормуючого коефіцієнта

Відносно значень  $Q \in [0.1; 0.4]$  отримуємо формулу нормуючого коефіцієнта

$$\frac{0.608 \cdot n \cdot (Q - 0.193)}{2Q + 2k} + 0.161n + 0.284$$

Точність апроксимації набору даних (коефіцієнт детермінації R2) – 0.99977 (рисунок 7).

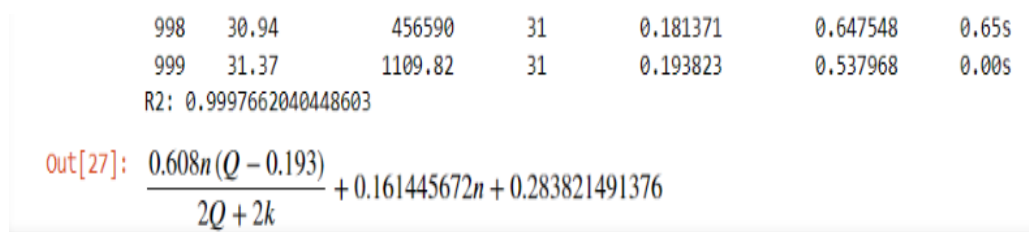


Рисунок 7 – Результат підбору формули нормуючого коефіцієнта відносно  $n, k$  при  $Q \in [0.1; 0.4]$

Для діапазону  $Q \in [0.5; 0.9]$  отримано формулу

$$\frac{0.743Q \cdot (-0.0133kn + 0.167n)}{k} + 0.167n + 0.245$$

Точність апроксимації набору даних – 0.99999 (рисунок 8).

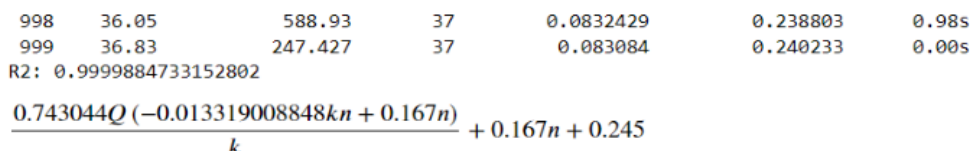


Рисунок 8 – Результат підбору формули нормуючого коефіцієнта відносно  $n, k$  при  $Q \in [0.5; 0.9]$

Отже, формула нормуючого коефіцієнта для  $F_{kut \log}$  розраховується

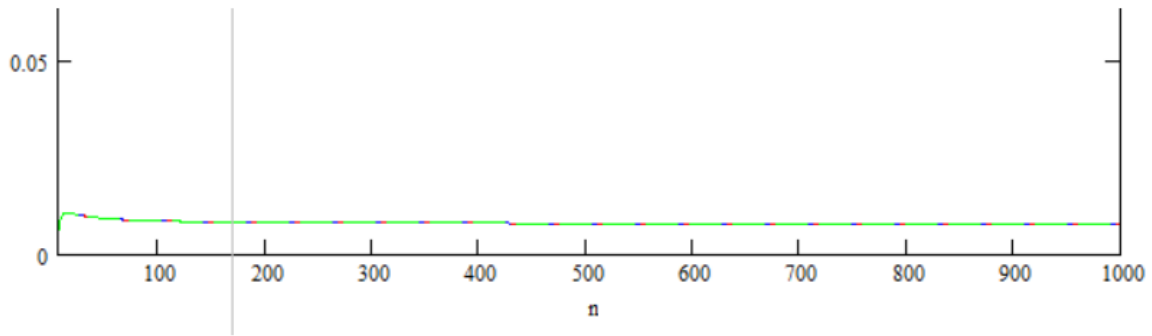
$$\begin{cases} \frac{0.608 \cdot n \cdot (Q - 0.193)}{2Q + 2k} + 0.161n + 0.284, Q \in [0.1; 0.4] \\ \frac{0.743Q \cdot (-0.0133kn + 0.167n)}{k} + 0.167n + 0.245, Q \in [0.5; 0.9] \end{cases}$$

У таблиці 2 подано інформацію про абсолютні похибки  $\Delta$  виразу  $coef(n, k, Q) \cdot 2\pi \cdot Int(n, k, Q)$  від 1 для  $k \in [1; 5]$ ,  $Q \in [0.1; 0.9]$  на проміжках  $n \in [k + 1, 1000]$ .

Таблиця 2 –  $\Delta$  залежно від  $Q, k$ .

$Q/k$	1	2	3	4	5
0.1	$42 \cdot 10^{-3}$	$49 \cdot 10^{-3}$	$49 \cdot 10^{-3}$	$43 \cdot 10^{-3}$	$38 \cdot 10^{-3}$
0.2	$31 \cdot 10^{-3}$	$21 \cdot 10^{-3}$	$21 \cdot 10^{-3}$	$21 \cdot 10^{-3}$	$15 \cdot 10^{-3}$
0.3	$47 \cdot 10^{-3}$	$17 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-3}$	$10 \cdot 10^{-3}$
0.4	$67 \cdot 10^{-3}$	$47 \cdot 10^{-3}$	$38 \cdot 10^{-3}$	$35 \cdot 10^{-3}$	$30 \cdot 10^{-3}$
0.5	$42 \cdot 10^{-3}$	$16 \cdot 10^{-3}$	$11 \cdot 10^{-3}$	$11 \cdot 10^{-3}$	$11 \cdot 10^{-3}$
0.6	$46 \cdot 10^{-3}$	$23 \cdot 10^{-3}$	$17 \cdot 10^{-3}$	$13 \cdot 10^{-3}$	$13 \cdot 10^{-3}$
0.7	$65 \cdot 10^{-3}$	$35 \cdot 10^{-3}$	$24 \cdot 10^{-3}$	$21 \cdot 10^{-3}$	$16 \cdot 10^{-3}$
0.8	$78 \cdot 10^{-3}$	$46 \cdot 10^{-3}$	$35 \cdot 10^{-3}$	$29 \cdot 10^{-3}$	$23 \cdot 10^{-3}$
0.9	$91 \cdot 10^{-3}$	$60 \cdot 10^{-3}$	$44 \cdot 10^{-3}$	$33 \cdot 10^{-3}$	$28 \cdot 10^{-3}$

На рисунку 9 зображено  $\Delta$  на проміжку  $n \in [6, 1000]$  при  $k = 5, Q = 0.5$

Рисунок 9 –  $\Delta$  на проміжку  $n \in [6, 1000]$  при  $k = 5, Q = 0.5$ 

Отже, максимальне значення  $\Delta$  при  $k \in [1; 5]$ ,  $Q \in [0.1; 0.9]$ ,  $n \in [k + 1; 1000] - 91 \cdot 10^{-3}$ . Максимальне значення  $\Delta$  при  $Q = 0.6$ ,  $k \in [1; 5]$  становить  $46 \cdot 10^{-3}$  за умови, що досягається найбільш точна апроксимація зони епіцентру відблиску,

Приклад формування тривимірного об'єкту з використанням отриманої ДФВЗ наведено на рис. 10.



Рисунок 10 – Приклад зафарбовування тривимірної графічної фігури

### Висновок

У статті отримано формули нормуючого коефіцієнта для моделі Блінна-Фонга за умови розрахунку кута між векторами. Введення нормуючого коефіцієнта для моделі забезпечує дотримання закону збереження енергії. Запропонована модель відбивної здатності поверхні є фізично коректною та може бути використана у високореалістичних системах комп'ютерної графіки.

### Список літератури

- [1] О. Н. Романюк, *Комп'ютерна графіка: Навчальний посібник*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 1999.
- [2] Є. К. Завальнюк, О. Н. Романюк, С. В. Павлов, Р. П. Шевчук та Т. І. Коробейнікова, «Розробка фізично коректної моделі відбиття другого степеня», *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології*, вип. 44, №2, с. 19 – 2. 2022.
- [3] Є. К. Завальнюк, О. Н. Романюк, В. В. Войтко, О. В. Романюк та А. В. Снігур, «Розробка модифікованої моделі Шліка для визначення спекулярної складової кольору», *Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія*, № 3, с. 4-12. 2022.
- [4] О. Н. Романюк, «Класифікація дистрибутивних функцій відбивної здатності поверхні», *Наукові праці Донецького національного технічного університету*, №9, с. 145–151. 2008.
- [5] D. Guarnera, G. C. Guarnera, A. Ghosh, C. Denk and M. Glencros, «BRDF Representation and Acquisition», *Computer Graphics Forum*, vol. 35, №2, p. 625 – 650. 2016.
- [6] О. Н. Романюк та А. В. Чорний, *Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об'єктів*. Вінниця, Україна: УНІВЕСУМ-Вінниця, 2006.

- [7] E. P. Lafortune and Y. D. Willems, «Using the modified Phong reflectance model for physically based rendering», Department of Computer Science, K.U. Leuven, Belgium, Technical Report CW 197, 1994.
- [8] О. Н. Романюк, І. В. Абрамчук, С. А. Кирилашук та С. О. Романюк, «Моделювання спекулярного складника кольору з використанням енергетичнокоректних моделей відбивних здатностей поверхонь», *Вчені записки ТНУ імені В. І. Вернадського. Серія «Технічні науки»*, №3, с. 153–157. 2019.

Стаття надійшла: 20.02.2023.

#### References

- [1] O. N. Romaniuk, *Kompiuterna hrafika: Navchalnyi posibnyk*. Vinnytsia, Ukraina: VNTU, 1999 [In Ukrainian].
- [2] Ye. K. Zavalniuk, O. N. Romaniuk, S. V. Pavlov, R. P. Shevchuk ta T. I. Korobeinikova, «Rozrobka fizychno korektnoi modeli vidbytta drugoho stepenia», *Optyko-elektronni informatsiino-enerhetychni tekhnologii*, вип. 44, №2, с. 19 – 25. 2022 [In Ukrainian].
- [3] Ye. K. Zavalniuk, O. N. Romaniuk, V. V. Voitko, O. V. Romaniuk ta A. V. Snihur, «Rozrobka modifykovanoi modeli Shlika dlia vyznachennia spekuliarnoi skladovoi koloru», *Informatsiini tekhnologii ta kompiuterna inzheneriia*, № 3, с. 4-12. 2022 [In Ukrainian].
- [4] O. N. Romaniuk, «Klasyfikatsiia dystributyvnykh funktsii vidbyvnoi zdatnosti poverkhni», *Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*, №9, с. 145–151, 2008 [In Ukrainian].
- [5] D. Guarnera, G. C. Guarnera, A. Ghosh, C. Denk and M. Glencros, «BRDF Representation and Acquisition», *Computer Graphics Forum*, vol. 35, №2, p. 625 – 650. 2016.
- [6] O. N. Romaniuk ta A. V. Chornyi, *Vysokoproduktyvni metody ta zasoby zafarbovuvannia tryvymirnykh hrafichnykh obektiv*. Vinnytsia, Ukraina: UNIVESUM-Vinnytsia, 2006 [In Ukrainian].
- [7] E. P. Lafortune and Y. D. Willems, «Using the modified Phong reflectance model for physically based rendering», Department of Computer Science, K.U. Leuven, Belgium, Technical Report CW 197, 1994.
- [8] O. N. Romaniuk, I. V. Abramchuk, S. A. Kyrylashchuk ta S. O. Romaniuk, «Modeliuvannia spekuliarno-ho skladnyka koloru z vykorystanniam enerhetychnokorektnykh modelei vidbyvnykh zdatnosti poverkhon», *Vcheni zapysky TNU imeni V. I. Vernadskoho. Seriia «Tekhnichni nauky»*, №3, с. 153–157. 2019 [In Ukrainian].

#### Відомості про авторів

**Завальнюк Євген Костянтинович** – пошукач кафедри програмного забезпечення.

**Романюк Олександр Никифорович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри програмного забезпечення.

**Прозор Олена Петрівна** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри вищої математики.

**Снігур Анатолій Васильович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри обчислювальної техніки.

Ye. K. Zavalniuk, O. N. Romanyuk, O. P. Prozor, A. V. Snigur

## ENERGETICALLY CORRECT REFLECTANCE MODEL BASED ON THE CALCULATION OF THE ANGLE BETWEEN VECTORS

Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia